Стандартные методы решения логарифмических неравенств связаны с нахождением ОДЗ, применением характера монотонности логарифмической функции, свойств логарифмов, и в конечном итоге избавлению от логарифмов. При этом, наиболее трудными для решения являются логарифмические неравенства, в которых переменная встречается ещё и в основании логарифма. Они требуют исследования и рассмотрения разных случаев (когда основание логарифма больше или меньше единицы).

Кроме того, решение логарифмических неравенств требует умения контролировать расширения или сужения ОДЗ, так как с этим связано приобретение или потеря решений.

Вместе с тем, можно заметить, что характер монотонности логарифмической функции меняется при переходе значения основания a через 1, и логарифм меняет свой знак при переходе значения аргумента x через 1.

В данной работе рассматривается нестандартный способ решения логарифмических неравенств. Применение предлагаемого способа опирается на четыре свойства.

(\*) Для всех допустимых значений a, b, c, d.

Свойство 1. Знак выражения совпадает со знаком выражения .

Cвойство 2. Знак выражения совпадает со знаком выражения .

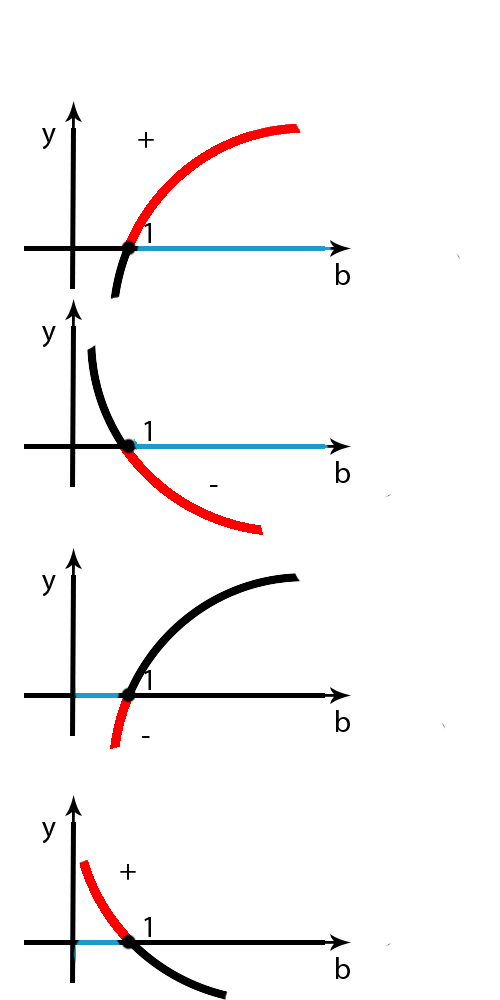
Свойство 3. Знак выражения совпадает со знаком выражения

.

Свойство 4. Знак выражения совпадает со знаком выражения

.

Перечисленные свойства позволяют при решении логарифмических неравенств на ОДЗ заменять данное неравенства на равносильное алгебраическое. Особенно эффективно представленный способ решения работает в случаях, когда переменная встречается в основании логарифма. Тогда, вместо решения нескольких систем неравенств, рассматривается и решается одна система.

Далее в работе приводится доказательства свойств и рассматриваются примеры их решения.

**Свойство 1.** Для всех допустимых значений a, b. Знак выражения совпадает со знаком выражения .

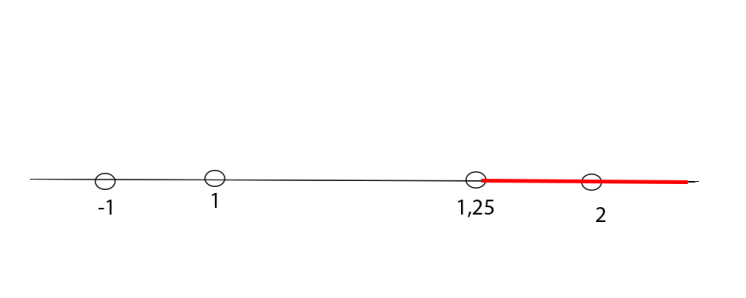
Доказательство:

1. При a>1 и b>1 >0.отонем характера многотонностистиических неравенств связаны с нахождением ОДЗ,
2. При a>1 и b<1 <0.
3. При 0<a<1 и b>1 <0
4. При 0<a<1 и b<1 >0.

Таким образом, при решении неравенства выписываем все ограничения на а, b и данное неравенство равносильно неравенству .

Пример 1. ;

Решение:



Ответ: (1,25;2)

Наиболее эффективно применение данного способа работает при решении логарифмических неравенств, содержащих переменную в основании логарифма.

Пример 2.

При стандартном способе решения следует рассматривать случаи возрастания и убывания логарифмической функции. При решении неравенства с применением свойства 1, решаем одну равносильную систему:

Ответ:

**Свойство 2.** Для всех допустимых значений a, b, c. Знак выражения совпадает со знаком выражения .

Доказательство:

1. При a>1 и b>c >0.отонем характера многотонностистиических неравенств связаны с нахождением ОДЗ,

Тогда логарифмическая функция возрастает и и ;

1. При a>1 и b<c <0.

и ;

1. При 0<a<1 и b>c <0.отонем характера многотонностистиических неравенств связаны с нахождением ОДЗ,

Логарифмическая функция убывает: и ;

1. При 0<a<1 и b<c >0.

и ;

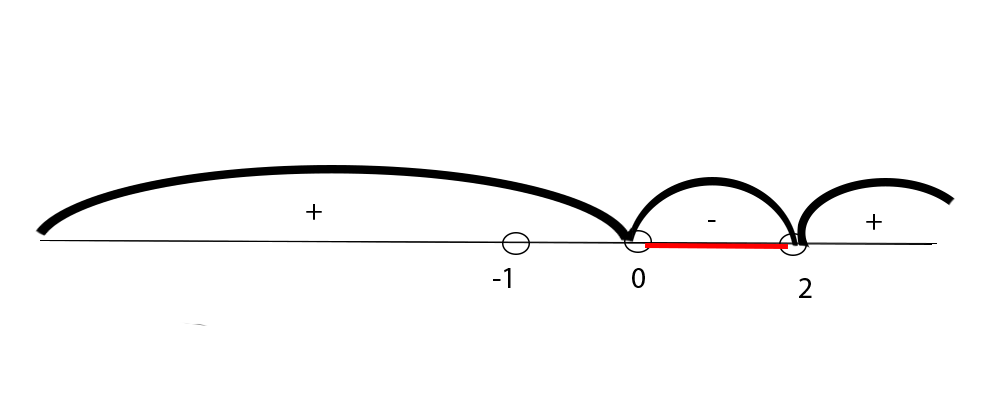
Получается, что при решении неравенств вида a, b, c данное неравенство можно заменить равносильным неравенством <0. Аналогично, если знаки .

Пример 3.

;

Ответ:

Пример 4.

**

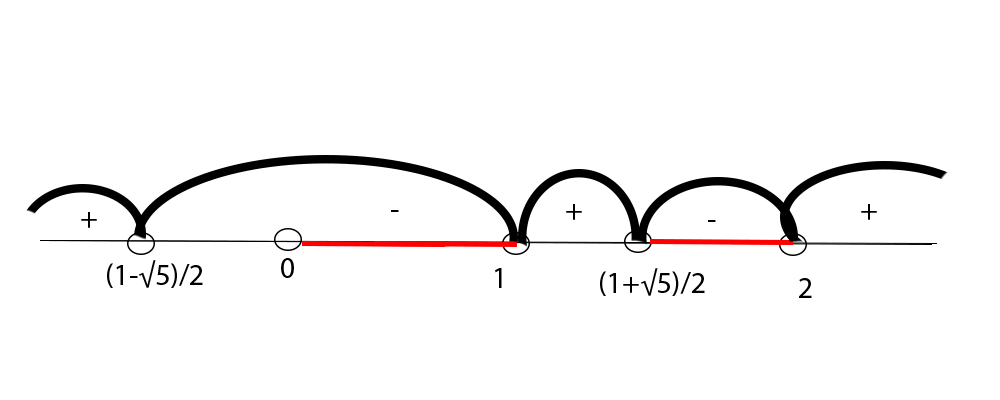
Ответ:

Применение данного метода позволяет решать достаточно сложные логарифмические неравенства:

Пример 5. (№9.253 стр. 185)

;

;

; Найдём корни.

; ;

Ответ:

Пример 6. (№9.252 стр. 185)

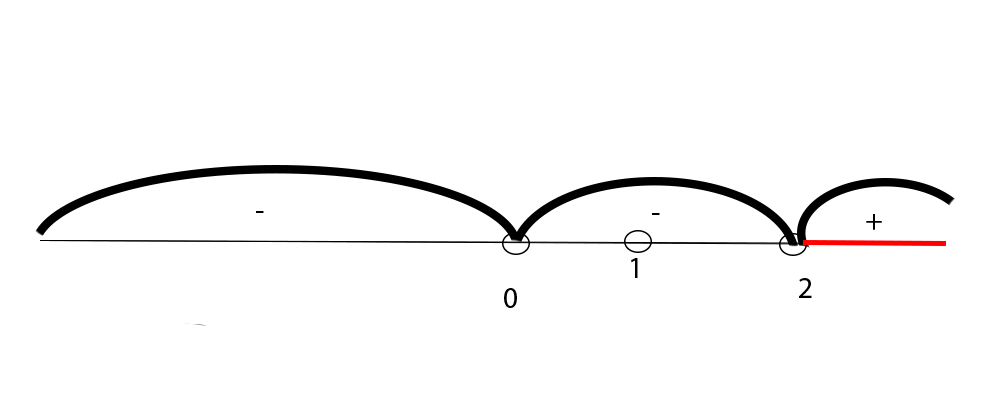
ОДЗ: ; ;

Упростим неравенство: ;

*;*

*;*

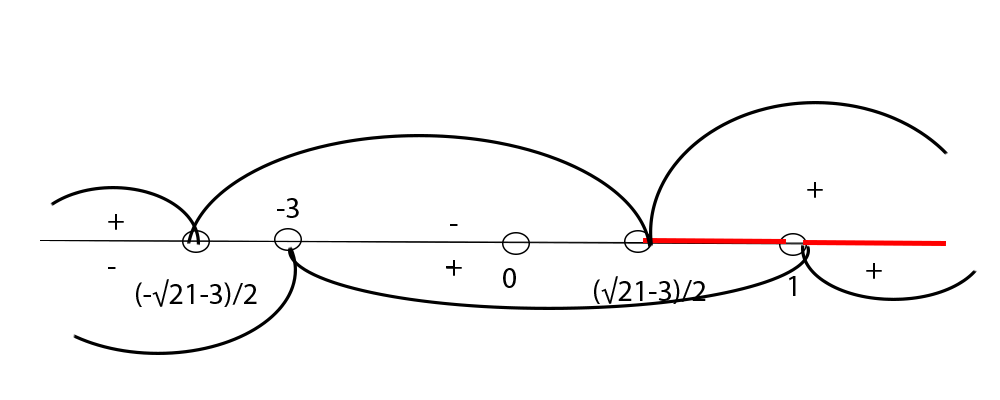
Получим равносильную систему с учётом ОДЗ:

;

Ответ:

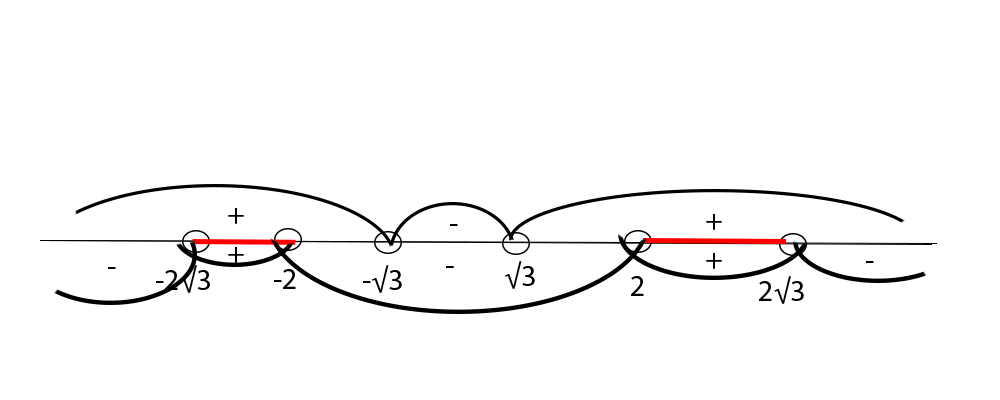
Пример 7. (№9.255)

; ;

;

Ответ:

Пример 8. (№9.300)



Ответ: ()

Пример 9. (Свой пример)

При решении данного неравенства в числителе применим свойство 2, а в знаменателе свойство 1.

; ;

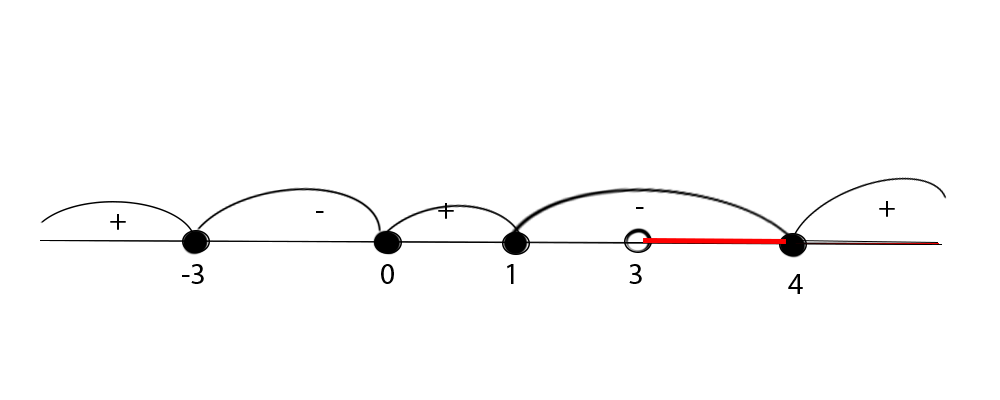
Ответ:

**Свойство 3.** Для всех допустимых значений a, b, c, d.Знак выражения совпадает со знаком выражения .

Данное свойство следует из Свойства 1.

Применяя свойство 3, неравенство на множестве допустимых значений a, b, c, d можно заменить равносильным неравенством .

Пример 10. (Свой пример)



Ответ:

**Свойство 4.** Для всех допустимых значений a, b, c, .Знак выражения совпадает со знаком выражения .

Доказательство:

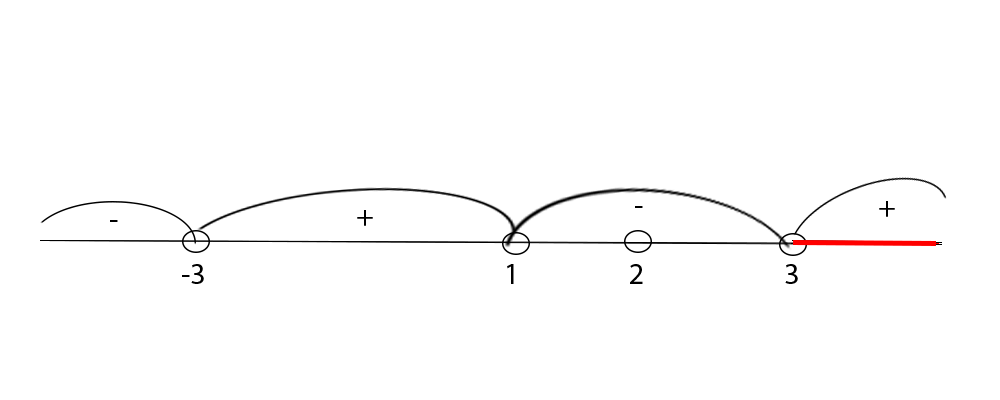
Применим в числителе свойство 2, а в знаменателе свойство 3. Тогда знак выражения (\*) совпадёт со знаком выражения:

Так как a,b,c,d не равны 1, то знак дроби совпадёт со знаком произведения:

.

Пример 11. (Свой пример)

*;*



Ответ:

Предложенный способ для решения логарифмических неравенств с переменными в основании логарифма подходит и для решения неравенств не содержащих переменную в основании логарифма.

Таким образом, для логарифмических неравенств, решаемых на ОДЗ, найдены равносильные неравенства:

Понятно, что аналогичные равносильные неравенства можно составить и с другими знаками .